

## MODELAMIENTO DEL CRECIMIENTO Y PRODUCCION DE ACIDO LACTICO DE BACTERIAS LÁCTICAS USANDO EL MODELO DE GOMPERTZ Y LUEDEKING-PIRET

Domínguez-Gutiérrez G. A.<sup>a</sup>, Celli Martin<sup>\*b</sup>, Rodríguez-Serrano G.<sup>\*a</sup> y Saucedo-Castañeda G.<sup>\*a</sup>,  
 Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa, <sup>a</sup> Departamento de Biotecnología y  
<sup>b</sup> Departamento de Matemáticas, Av. San Rafael Atlixco 186, Ciudad de México, CP 09310.  
<sup>\*</sup>Responsables del trabajo: [celli@xanum.uam.mx](mailto:celli@xanum.uam.mx); [gmsr@xanum.uam.mx](mailto:gmsr@xanum.uam.mx); [saucedo@xanum.uam.mx](mailto:saucedo@xanum.uam.mx)  
**Palabras clave:** Modelamiento, bacterias lácticas, modelo de Gompertz y Luedeking - Piret

**Introducción.** Las bacterias ácido lácticas (BAL) empleadas en la industria alimentaria [1], son conocidas por su capacidad de inhibir el crecimiento de bacterias patógenas y hongos micotoxigénicos. Es importante contar con información confiable sobre las cinéticas del cultivo de BAL [2], que son agentes potenciales del control biológico de microorganismos nocivos. Este estudio tuvo como objetivo modelar el crecimiento de BAL y la producción de ácido láctico acoplando el modelo de Gompertz y Luedeking - Piret.

**Metodología y desarrollo del modelo.** Se cultivó la cepa de *Lactiplantibacillus plantarum* MZ809351 (B31). La cepa fue cultivada con (g/L): glucosa (20), extracto de levadura (5) y sales, todo diluido en extracto acuoso de germen de malta. La biomasa (X) se determinó por gravimetría y el ácido láctico (AL) por HPLC. En este trabajo se usó el modelo de Gompertz (ec 1 y 2) para describir el crecimiento celular:

$$\frac{dX}{dt} = k X \ln \left[ \frac{X_{max}}{X} \right] \quad (1)$$

$$X = X_{max} \exp(-b \exp(-kt)) \quad (2)$$

y el modelo de Luedeking - Piret para el AL:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dX}{dt} + \beta X \quad (3), \text{ la cual también se expresa como:}$$

$$\frac{dP}{dt} - \alpha \frac{dX}{dt} = \beta X \quad (4)$$

De la ecuación 1 se despeja X y se sustituye en 4

$$\frac{dP}{dt} - \alpha \frac{dX}{dt} = \beta X = \left[ \frac{\beta}{k} \right] \frac{\frac{dX}{dt}}{\ln \left[ \frac{X_{max}}{X} \right]} \quad (5)$$

Se elimina dt, se integra entre límites y reorganizando se obtiene:

$$P = P_o + \alpha (X - X_o) + \left[ \frac{\beta X_{max}}{k} \right] \left[ li \left( \frac{X_o}{X_{max}} \right) - li \left( \frac{X}{X_{max}} \right) \right] \quad (6)$$

Los parámetros de la ecuación de Gompertz (2) se estiman con la subrutina Solver y los de la ecuación 6 con una regresión multilínea, ambas contenidas en Excel. En la solución de las ecuaciones aparece la función logaritmo integral (li) que se define como  $li(x) = \int_0^x \frac{du}{\ln(u)}$  que se evaluó numéricamente con el software Maxima (<https://maxima.sourceforge.io>) con la mayor precisión posible [3].

**Resultados.** La función del logaritmo integral es aplicada en física y teoría de números, ahora en bioprocesos. En las figuras 1 y 2 se aprecia que el modelo describe de cerca la tendencia de los datos.

Las líneas verticales indican el punto de inflexión. Las fases de aceleración del crecimiento y producción de AL son rápidas mientras que las fases de desaceleración son lentas. El modelo en su conjunto, simula correctamente esta característica y a su vez permite definir ecuaciones cinéticas confiables.

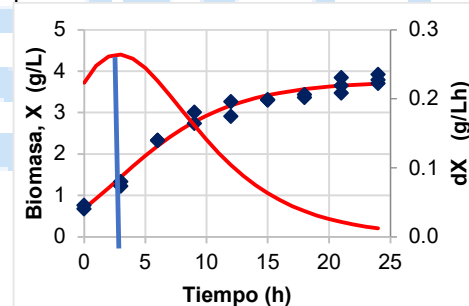


Fig.1 Simulación del crecimiento de *L. plantarum* MZ809351 (B31).

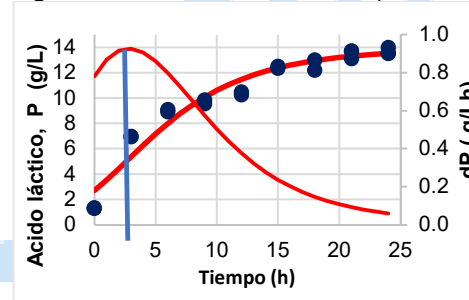


Fig.2 Simulación de la producción de ácido láctico de *L. plantarum* MZ809351 (B31).

**Conclusiones.** El modelo desarrollado tiene un potencial para evaluar cuantitativamente bioprocesos, siendo una herramienta útil para la toma de decisiones.

**Agradecimiento.** Al CONACYT, México por la beca 868699 (GADG) y por el proyecto ANGELICA 273656 apoyado en colaboración con l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), Francia.

### Bibliografía.

1. Liu, W., Pang, H., Zhang, H., & Cai, Y., (2014). Biodiversity of Lactic Acid Bacteria. En: *Lactic Acid Bacteria*. Zhang H., Cai Y. (eds), Springer, Países Bajos, (pp. 2-148).
2. Soto-Cruz O, Favela-Torres E, Saucedo-Castaneda G.(2002). *Biotech Prog.* **18** (2):193-200.
3. Gradshteyn S. & I. Ryzhik M. (2014). Table of Integrals, Series, and Products. Academic Press. Octava edición.