

MODELAMIENTO DEL CRECIMIENTO Y PRODUCCION DE ACIDO LACTICO DE BACTERIAS LÁCTICAS USANDO EL MODELO DE GOMPERTZ Y LUEDEKING-PIRET

Domínguez-Gutiérrez G. A.^a, Celli Martin^{*b}, Rodríguez-Serrano G.^{*a} y Saucedo-Castañeda G.^{*a},
 Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa, ^a Departamento de Biotecnología y
^b Departamento de Matemáticas, Av. San Rafael Atlixco 186, Ciudad de México, CP 09310.
^{*}Responsables del trabajo: celli@xanum.uam.mx; gmsr@xanum.uam.mx; saucedo@xanum.uam.mx
Palabras clave: Modelamiento, bacterias lácticas, modelo de Gompertz y Luedeking - Piret

Introducción. Las bacterias ácido lácticas (BAL) empleadas en la industria alimentaria [1], son conocidas por su capacidad de inhibir el crecimiento de bacterias patógenas y hongos micotoxigénicos. Es importante contar con información confiable sobre las cinéticas del cultivo de BAL [2], que son agentes potenciales del control biológico de microorganismos nocivos. Este estudio tuvo como objetivo modelar el crecimiento de BAL y la producción de ácido láctico acoplando el modelo de Gompertz y Luedeking - Piret.

Metodología y desarrollo del modelo. Se cultivó la cepa de *Lactiplantibacillus plantarum* MZ809351 (B31). La cepa fue cultivada con (g/L): glucosa (20), extracto de levadura (5) y sales, todo diluido en extracto acuoso de germen de malta. La biomasa (X) se determinó por gravimetría y el ácido láctico (AL) por HPLC. En este trabajo se usó el modelo de Gompertz (ec 1 y 2) para describir el crecimiento celular:

$$\frac{dX}{dt} = k X \ln \left[\frac{X_{max}}{X} \right] \quad (1)$$

$$X = X_{max} \exp(-b \exp(-kt)) \quad (2)$$

y el modelo de Luedeking - Piret para el AL:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \frac{dX}{dt} + \beta X \quad (3), \text{ la cual también se expresa como:}$$

$$\frac{dP}{dt} - \alpha \frac{dX}{dt} = \beta X \quad (4)$$

De la ecuación 1 se despeja X y se sustituye en 4

$$\frac{dP}{dt} - \alpha \frac{dX}{dt} = \beta X = \left[\frac{\beta}{k} \right] \frac{\frac{dX}{dt}}{\ln \left[\frac{X_{max}}{X} \right]} \quad (5)$$

Se elimina dt, se integra entre límites y reorganizando se obtiene:

$$P = P_o + \alpha (X - X_o) + \left[\frac{\beta X_{max}}{k} \right] \left[li \left(\frac{X_o}{X_{max}} \right) - li \left(\frac{X}{X_{max}} \right) \right] \quad (6)$$

Los parámetros de la ecuación de Gompertz (2) se estiman con la subrutina Solver y los de la ecuación 6 con una regresión multilínea, ambas contenidas en Excel. En la solución de las ecuaciones aparece la función logaritmo integral (li) que se define como $li(x) = \int_0^x \frac{du}{\ln(u)}$ que se evaluó numéricamente con el software Maxima (<https://maxima.sourceforge.io>) con la mayor precisión posible [3].

Resultados. La función del logaritmo integral es aplicada en física y teoría de números, ahora en bioprocesos. En las figuras 1 y 2 se aprecia que el modelo describe de cerca la tendencia de los datos.

Las líneas verticales indican el punto de inflexión. Las fases de aceleración del crecimiento y producción de AL son rápidas mientras que las fases de desaceleración son lentas. El modelo en su conjunto, simula correctamente esta característica y a su vez permite definir ecuaciones cinéticas confiables.

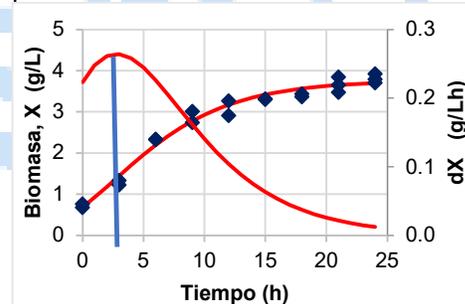


Fig.1 Simulación del crecimiento de *L. plantarum* MZ809351 (B31).

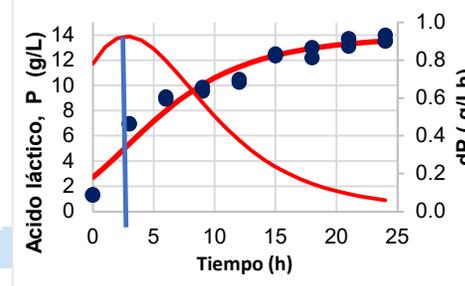


Fig.2 Simulación de la producción de ácido láctico de *L. plantarum* MZ809351 (B31).

Conclusiones. El modelo desarrollado tiene un potencial para evaluar cuantitativamente bioprocesos, siendo una herramienta útil para la toma de decisiones.

Agradecimiento. Al CONACYT, México por la beca 868699 (GADG) y por el proyecto ANGELICA 273656 apoyado en colaboración con l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), Francia.

Bibliografía.

1. Liu, W., Pang, H., Zhang, H., & Cai, Y., (2014). Biodiversity of Lactic Acid Bacteria. En: *Lactic Acid Bacteria*. Zhang H., Cai Y. (eds), Springer, Países Bajos, (pp. 2-148).
2. Soto-Cruz O, Favela-Torres E, Saucedo-Castaneda G.(2002). *Biotech Prog.* **18** (2):193-200.
3. Gradshteyn S. & I. Ryzhik M. (2014). Table of Integrals, Series, and Products. Academic Press. Octava edición.