



XIV Congreso Nacional de Biotecnología y Bioingeniería



MODELO DE GOMPERTZ: UN ENFOQUE MECÁNICO ESTADÍSTICO

Enrique Lemus Fuentes, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oax., 69000, 953 5320214, elf@mixteco.utm.mx.

Palabras clave: Modelo de Gompertz, mecánica estadística, teoría de catástrofes.

Introducción. Un modelo utilizado con frecuencia en la representación del crecimiento microbiano es la llamada función de Gompertz. La mecánica estadística para un ensamble que exhibe un comportamiento análogo al del crecimiento microbiano nos ofrece una perspectiva de análisis basada en primeros principios. La teoría de catástrofes permite describir como cambia la geometría de la superficie al cambiar los parámetros del modelo. El objeto de este trabajo es mostrar la naturaleza catastrófica del modelo de crecimiento de Gompertz al analizarlo con el enfoque mecánico estadístico.

Metodología. La mecánica estadística del modelo de Gompertz cuyo sistema consiste de especies interactuantes se ha considerado desde hace dos décadas (1).

Nuestro método es descubrir la topografía catastrófica de la superficie del modelo de Gompertz. La naturaleza estadística del crecimiento microbiano se captura por la analogía mecánica estadística del ensamble Bose-Einstein. Bajo la óptica de la teoría de catástrofes de Thom (2), se identifica dicho comportamiento en el crecimiento microbiano.

Resultados. La naturaleza catastrófica del modelo de Gompertz se vislumbra desde que se representa como una función logística (3). Esta asociación refiere a un fermentador agitado cuyos microorganismos siguen una curva de crecimiento logístico. Más aun, el caso general trata de un reactor de tanque agitado con una reacción autocatalítica.

La superficie del ensamble estadístico del modelo de Gompertz se muestra en la fig. 1.

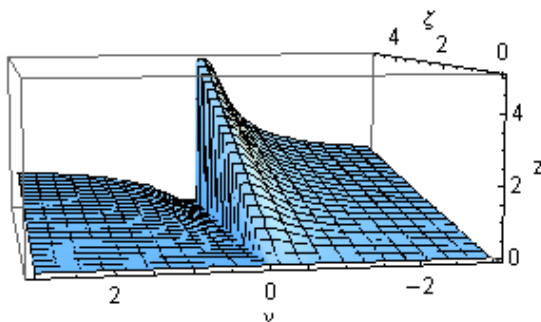


Fig. 1. Superficie mostrando un comportamiento catastrófico del modelo de Gompertz.

Se refuerza este conocimiento al hacer un análisis de este modelo con la teoría de catástrofes. Se observa lo que Thom clasifica como una catástrofe de cúspide.

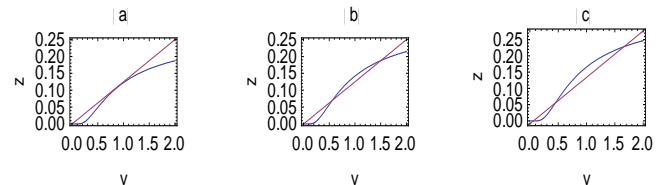


Fig. 2. Gráfica mostrando intersecciones sobre la superficie; a) una intersección, b) dos intersecciones, c) tres intersecciones.

La fig. 2 exhibe multiplicidad de estados sobre la superficie, característica de los sistemas autocatalíticos. Este conocimiento permite extender los resultados al campo de los reactores químicos. Un caso específico es el de una pastilla porosa impregnada con un material catalítico en el que dos fenómenos en competencia toman lugar; el de la difusión y reacción (4). Una ecuación diferencial parcial describe la fenomenología de la especie que difunde dentro de los poros y reacciona sobre las superficies catalíticas.

Conclusiones. El enfoque mecánico estadístico del modelo de Gompertz en conjunto con la teoría de catástrofes permite tener una visión sinóptica de un amplio espectro de comportamiento, como lo exhiben los microorganismos.

La naturaleza catastrófica del modelo de Gompertz queda patente al usar la analogía de un ensamble proveniente de la mecánica estadística. Casos como el de ignición y el de extinción pueden contemplarse en una superficie genérica y son de interés particular cuando se consideran microorganismos.

Mediante el análisis mecánico estadístico del crecimiento microbiano es posible anticipar comportamientos como los que exhiben los sistemas dinámicos.

Bibliografía.

1. Sitaram, B.R., Varma, V.S. (1984). *J. Theor. Biol.* 110: 253-256.
2. Zeeman, E. C., (1976). *Sci. Amer.* 234 (4): 65- 83.
3. Yamano, T. (2009). *Entropy.* 11: 807-819.
4. Aris, R. (1989). The continuous flow stirred tank reactor. En: *Elementary chemical reactor analysis.* Dover, USA. 156-228.