MODELO EXACTO DIFUSO DE UN CULTIVO POR LOTE ALIMENTADO

Enrique Herrera[1,a], Bernardino Castillo[1], Jesús Ramírez[2] y Eugénio C. Ferreira[3]
[1]Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Unidad Guadalajara. Av. Científica 1145, Colonia el bajío, C.P. 45010, Zapopan, México. eherrera@ ciatej.net.mx, toledo@gdl.cinvestav.mx.
[2]Centro de Investigación y Asistencia en Tecnología y Diseño del Estado de Jalisco A.C., (CIATEJ).
[3]Centro de Engenharia Biológica. Universidade do Minho, Braga, Portugal.

***Palabras clave**: Sistema no lineal, modelo difuso Takagi-Sugeno, Cultivo por lote alimentado.*

Introducción. Los procesos fermentativos se caracterizan por presentar un comportamiento no lineal. En el caso de cultivos continuos el sistema no lineal puede ser linealizado alrededor de algún punto de equilibrio. En un cultivo por lote alimentado no se presentan puntos de equilibrio y la linealización no es adecuada. Los modelos difusos Takagi-Sugeno, "T-S" son utilizados para representar dinámicas no lineales mediante reglas difusas del tipo SI-ENTONCES, donde la parte del consecuente de la regla es un sistema lineal. Otra forma de obtener sistemas T-S es mediante la técnica de sectores no lineales, los cuales permiten obtener un modelo exacto difuso del sistema no lineal mediante subsistemas lineales [1]. En este trabajo se desarrolla un modelo difuso mediante la técnica de sectores no lineales, el cual representa exactamente el sistema fermentativo no lineal.

Metodología: Un cultivo por lote alimentado de la levadura de panificación *Saccharomyces cerevisiae*, puede ser dividido dos modelos parciales uno *respiro-fermentativo* "RF" y otro *respirativo* "R", [2]:

Modelo RF (1)	Modelo R (2)
$\dot{X} = (\mu_s^o + \mu_s^r)X - DX$	$\dot{X} = (\mu_s^o + \mu_e^o)X - DX$
$\dot{S} = (-k_1\mu_s^o - k_2\mu_s^r)X - DS + DS_{in}$	$\dot{S} = -k_1\mu_s^o X - DS + DS_{in}$
$\dot{E} = k_3\mu_s^r X - DE$	$\dot{E} = -k_4\mu_e^o X - DE$
$\dot{O} = -k_5\mu_s^o X - DO + OTR$	$\dot{O} = (-k_5\mu_s^o - k_6\mu_e^o)X - DO + OTR$
$\dot{V} = D$	$\dot{V} = D$

donde D=F/V. Una característica importante de estos modelos parciales, es que pueden estar conmutando entre ellos, dependiendo de sí se está produciendo etanol (modelo RF) ó se está consumiendo etanol (modelo R). Las velocidades específicas de crecimiento y las variables *X, S, E* y *O* son utilizadas como variables premisas *z(t)*. De los valores máximos y mínimos de *z(t)* se pueden obtener las funciones de membresía que deben cumplir con la siguiente propiedad $M_i(z(t)) + M_i(z(t)) = 1$.

Resultados y discusión. El modelo exacto difuso para el régimen RF se construye reemplazando los valores máximos y mínimos de *z(t)* en el modelo (1), con lo cual se obtienen 64 subsistemas lineales. Una regla general para obtener las reglas difusas se puede escribir como:

SI $z_1(t)$ *es* "$M_{1i}(z_1(t))$" *y* $z_2(t)$ *es* "$M_{2j}(z_2(t))$" *y* $z_{x1}(t)$ *es* "$M_{3k}(z_{x1}(t))$" *y* $z_{x2}(t)$ *es* "$M_{4l}(z_{x2}(t))$" *y* $z_{x3}(t)$ *es* $M_{5m}(z_{x3}(t))$ *y* $z_{x4}(t)$ *es* "$M_{6n}(z_{x4}(t))$"

ENTONCES

$$\dot{x}^{RF}(t) = A_{ijklmn}^{RF}x(t) + B_{ijklmn}^{RF}u(t) \qquad i, j, k, l, m, n = 1, 2$$

El modelo difuso agregado para el modelo RF se escribe como:

$$\dot{x}^{RF}(t) = \sum_{1}^{64} h_\psi(z(t))\left\{A_{ijklmn}^{RF}x(t) + B_{ijklmn}^{RF}u(t)\right\}$$

$$y^{RF}(t) = \sum_{1}^{64} h_\psi(z(t))Cx(t))$$

donde

$$h_\psi(z(t)) = M_{1i}(z_1(t))M_{2j}(z_2(t))M_{3k}(z_{x_1}(t)) \times M_{4l}(z_{x_2}(t))M_{5m}(z_{x_3}(t))M_{6n}(z_{x_4}(t))$$

El modelo exacto difuso para el régimen R es obtenido de la misma manera. En la figura 1 se muestra el comportamiento de la biomasa, sustrato, etanol y como se están generando las transiciones entre los modelos RF y R.

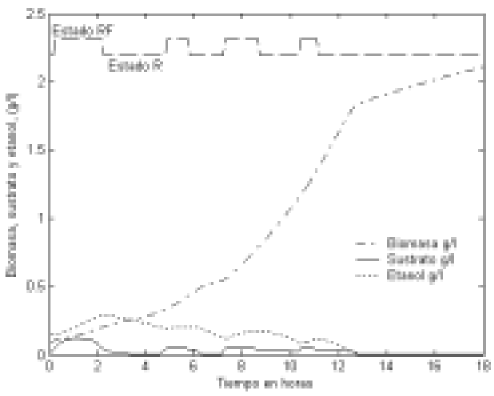

Fig. 1. Comportamiento de los modelos RF y R.

Conclusiones.
Mediante la técnica de sectores no lineales es posible diseñar un modelo difuso que representa exactamente los modelos parciales no lineales RF y R de un cultivo por lote alimentado. Del modelo exacto difuso obtenido se pueden diseñar observadores de estados y controladores difusos.

Agradecimientos.
Se agradece el apoyo financiero del CONACYT a los proyectos 46538, 41148 y la beca de doctorado 70662.

Bibliografía.
1. Tanaka K. and Wang H. (2001). Fuzzy Control Systems Design and Analysis, *A Linear Matrix Inequality Approach*. John Wiley & Sons. USA.
2. Ferreira E. C. (1995). *Identificação e controlo adaptivo de processos biotecnológicos.* ph.D Dissertation, Universidade de Porto.

[a] Enrique Herrera pertenece a CIATEJ y se encuentra de permiso de trabajo en CINVESTAV, Guadalajara, realizando su investigación doctoral.